

湍流混合层流动的离散涡数值模拟

马明宪, 陈斌

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 利用离散涡方法模拟湍流混合层流动, 采用随机走步法考虑黏性并引入涡片表示固体边界的作用. 平均速度与湍流参数的数值模拟结果与实验值吻合较好, 验证了所提模型的有效性. 结果显示沿流向: 平均速度梯度降低; 雷诺剪应力峰值呈增大趋势, 但由于涡元的配对使得峰值出现了波动而没有单调增大; 涡量峰值单调减小. 在此基础上进一步研究了同一速比下雷诺数对湍流参数分布的影响规律, 发现沿流向雷诺应力的峰值均以相似的斜率逐渐增大; 平均涡量峰值递减, 衰减速度随着雷诺数的增加而加快; 同一截面上涡量峰值与雷诺数几乎成线性关系递增.

关键词: 离散涡方法; 随机走步; 混合层

中图分类号: O351.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)11-0087-05

Simulation of Turbulent Mixing Layer Flow by Vortex Method

MA Mingxian, CHEN Bin

(State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Turbulent mixing layer flow was simulated by the discrete vortex method, and viscosity was modeled by the random walk method and the solid wall was represented by the vortex sheet in the simulation. The predictions of the profiles of mean velocity and turbulent flow parameters agree well with experimental data. The results show that the peak value of Reynolds shear stress increases but the fluctuations of the peak value occur because of vortex-pairing, and vorticity peak value increases in the downstream direction. Then the effect of Reynolds number on the distribution of the turbulent flow parameters at the same velocity ratio was explored. It seems that the peak values of Reynolds shear stress under different Reynolds numbers will increase at the similar slope in the downstream direction. The average vorticity peak value will decrease in the downstream direction, and the decrease rate will increase with Reynolds number. In addition, the vorticity peak value in each section will increase nearly linearly with Reynolds number.

Keywords: discrete vortex method; random walk; mixing layer

混合层是自由剪切层流动的基本形式之一, 其流动以大尺度拟序结构的演化为特征^[1], 开展相关研究对深入理解湍流机理有重要的理论意义. 工业上则经常用混合层流动对两种流体进行混合, 为提高混合效率也需要了解混合层的流动特性.

前人开展了大量的实验研究, 揭示了很多混合

层流动的重要现象, 但是由于实验条件限制, 数值模拟已成为研究混合层流动的重要手段, 得到了迅速发展. 离散涡方法模拟湍流剪切流动无需引入湍流模型, 能直接反映大尺度拟序结构的运动特征, 相比于大涡模拟和直接数值模拟, 无需生成网格且有良好的自适应性, 在以大尺度拟序结构为主要特征的

剪切流动数值模拟中得到了广泛的应用^[2]. Inoue 等^[3]模拟了大尺度涡结构的形成和演化,研究了人工扰动对剪切层的影响. Milane 等^[4]对比了涡方法和亚格子尺度涡量模型模拟混合层湍流扩散的区别. 张会强等^[5]采用附加速度法计算黏性的影响,分析了气固湍流剪切层. Uchiyama 等^[6]用涡方法模拟了带有化学反应的平板混合层流动. 截至目前,在湍流混合层的定量研究中,较少有用离散涡方法与实验结果对比分析的,也缺乏不同雷诺数对混合层湍流参数影响的研究. 因此,本文拟使用离散涡方法对同一速比下不同 Re 的混合层流动进行模拟,分析 Re 对混合层湍流参数的影响规律.

1 离散涡方法的基本原理

1.1 控制方程

Winant 等^[1]认为混合层发展的初始阶段表现为准二维的大涡结构,因此本文采用二维离散涡方法对混合层流动进行模拟. 用涡量形式表示的二维不可压缩流动的动量方程为

$$\frac{d\omega}{dt} = \nu \nabla^2 \omega \quad (1)$$

式中: ν 是流体的运动黏性系数; 涡量 $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$.

流体速度可以分解为

$$\mathbf{u} = \nabla \times \Psi + \mathbf{u}_\phi \quad (2)$$

式中: $\mathbf{u}_\phi$ 是初始势流速度(或无穷远处的速度). 对上式取旋度,可得涡量的运动学方程

$$\nabla^2 \Psi = -\omega \quad (3)$$

式中: Ψ 是流函数. 通过涡量解得流函数,再由式(2)就可以得到整个流场的速度.

在涡方法中,连续的涡量首先被离散成若干涡元,然后在拉格朗日框架内求解涡量动力学方程和运动学方程. 动量方程(1)可分解为无黏和有黏两部分

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial t}\right)_I = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial t}\right)_{II} = \nu \nabla^2 \omega \quad (5)$$

无黏部分可由 Biot-Savort 定理求解,有黏部分即湍流的作用则通过涡元的随机走步实现.

1.2 求解方法

在离散涡方法中,连续的涡量场可离散为拉格朗日体系下的 N 个涡元^[7]组成的离散涡量场

$$\omega = \sum_{i=1}^N \zeta_\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \boldsymbol{\alpha}_i \quad (6)$$

式中: $\mathbf{x}_i$ 和 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 分别是第 i 个涡元的位置和强度; ζ 为

光滑函数(或核函数); σ 为光滑参数(即涡核半径). 本文选择的光滑函数为^[7]

$$\zeta(\rho) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2}\right) \quad (7)$$

选择随时间变化的涡核半径 $\sigma = 2.24(\nu t)^{1/2}$, 则用 σ 正规范化后的光滑函数为

$$\zeta_\sigma = \frac{1}{\sigma^2} \zeta\left(\frac{\mathbf{x}}{\sigma}\right) \quad (8)$$

根据 Biot-Savort 定理,第 i 个涡元受到的诱导速度

$$\mathbf{u}_{i,\Psi} = \sum_{i=1}^N \frac{q(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|/\sigma_i)}{r^2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \times \boldsymbol{\alpha}_i \quad (9)$$

式中: $q(\cdot) = \int_0^\rho \zeta(s) s ds = \left(\frac{1}{2\pi}(1 - \exp(-\rho^2/2))\right)$; $r = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|$ 是两个涡元间距离.

涡方法可以分为两步:计算涡元的脱落、对流,并积分获得涡元新的位置;求解涡量扩散方程,得到涡元新的强度. 影响计算精度的量如下.

(1)光滑函数的选择,本文的光滑函数具有二阶精度.

(2)涡元的半径. 对于同一光滑函数 ξ , 涡元半径的选择应满足 $\delta/d > 1$, 即涡核半径要大于相邻涡元间的特征长度. d 相同时, δ 越大精度越高.

(3)初始涡元的布置,本文选择在固定点处脱落涡元.

(4)时间积分格式,本文使用了二阶 Adams-Bashforth 格式,以保证时间积分的精度.

1.3 黏性的模拟

涡量动力学方程中有黏部分式(5)的解法类似于大量粒子的无规则布朗运动,可用涡元随机走步的方式^[8]近似计算,随机走步的量可表示为均值和方差分别为 0 和 $2dt/Re$ 的高斯分布. 用随机走步法不改变计算区域中涡元的强度,只是由于黏性的影响,涡元对流后的新位置需要叠加一个小量

$$x_{i,\mu} = 0.4u_m dt \cos(2.0(-2(\log r_w)/r_w)^{1/2}) \quad (10)$$

$$y_{i,\mu} = 0.4u_m dt \sin(2.0(-2(\log r_w)/r_w)^{1/2}) \quad (11)$$

式中: $r_w = (2(2r_0 - 1)^2)^{1/2}$; r_0 是随机数.

1.4 固体边界条件的实现

无滑移边界条件是通过在壁面产生镜像点涡或涡片来实现的^[9], 本文选择涡片. 如图 1 所示,强度为 Γ_0 、长度为 L 的上下两个涡片对流场中某一点 (x, y) 诱导的运动势函数为

$$\phi(x, y) = \frac{\Gamma_0}{2\pi} \int_0^L \ln[(x, s)^2 + y^2] ds \quad (12)$$

要实现壁面处无滑移边界条件,需满足 $\Gamma_0 = \Delta u$. 分别对 x 、 y 求偏导,得速度分量

$$u_{i,\gamma x} = \frac{u_1 - u_2}{2\pi} \left(\arctan \frac{y_i}{x_i} - \arctan \frac{y_i}{L - x_i} \right)$$

(13)

$$u_{i,\gamma y} = \frac{u_1 - u_2}{4\pi} \ln((x_i^2 + y_i^2)/((x_i - L)^2 + y_i^2))$$

(14)

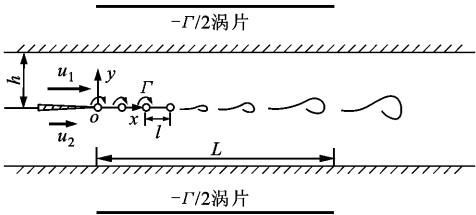


图 1 混合层计算模型

1.5 涡元的对流

根据 Biot-Savort 定理,叠加势流以及壁面涡片诱导的速度,得到涡元的速度为

$$\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{u}_{i,\Psi} + \boldsymbol{u}_{i,\gamma} + \boldsymbol{u}_{i,\varphi}$$

(15)

拉格朗日框架下,第 i 个涡元的位置表示为

$$\frac{d\boldsymbol{x}_i}{dt} = \boldsymbol{u}_i$$

(16)

通过时间积分并加上涡元的随机走步,可得涡元下一个时刻的位置

$$\boldsymbol{x}_i^{t+1} = \boldsymbol{x}_i^t + \frac{dt}{2}(3\boldsymbol{u}_i^t - \boldsymbol{u}_i^{t-1}) + \boldsymbol{x}_{i,\mu}^t$$

(17)

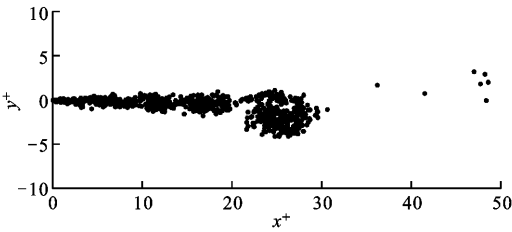
2 平板混合层的数值计算

如图 1 所示,宽度为 $2h$ 的流场中,隔板两侧各有一股平行的、沿 x 轴方向流动的流体,并在原点处混合, x 轴右侧的有界区域 L 即为计算区域. 两股流体的速度分别为 u_1 和 u_2 ,流向平均速度为 $u_m = (u_1 + u_2)/2$. 令 $x < 0$ 处相邻两涡元的距离固定为 $l = u_m dt$,涡元脱落的初始位置 $x_0 = l$,单位长度涡强度 $du = u_1 - u_2$,则涡元的环量 $\alpha = du \cdot l$. 选择在 $x_0 = l$ 点处脱落涡元,是为了尽量减小隔板出口处奇点产生的无限大速度. 计算时在 x_0 处以时间步长 $dt = L/N/u_m$ 连续引入离散涡元,随后沿着 x 轴以 u_m 运动. 计算主要关心 x 轴右侧涡元的作用,并且消去 $x > L$ 处的涡元,以保证计算区域中的涡元总数目 N 相对固定. 从第 1 个涡元开始脱落起,计算区域中的每个涡元的速度包括:流场中全部脱落的涡元诱导的速度 $\boldsymbol{u}_{i,\Psi}$ 、势流速度 $\boldsymbol{u}_{i,\varphi}$ 、边界面涡诱导的

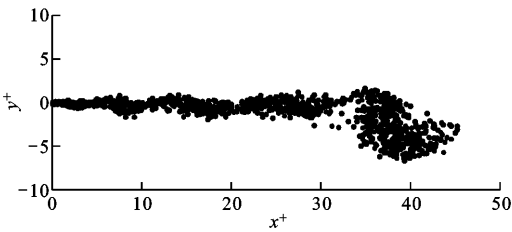
速度 $\boldsymbol{u}_{i,\gamma}$.
为了验证方法的精确性,并分析 Re 的影响,本文的计算工况与本课题组使用 PIV 测量湍流混合层^[10]的工况相同:高、低速侧的速比为 $4 : 1$,以速度差和隔板出口处的涡量厚度 δ 分别为特征速度和尺度的 Re 范围为 $6\,272 \sim 14\,672$. 以下结果均以上述特征长度和特征尺度进行了归一化.

3 结果讨论

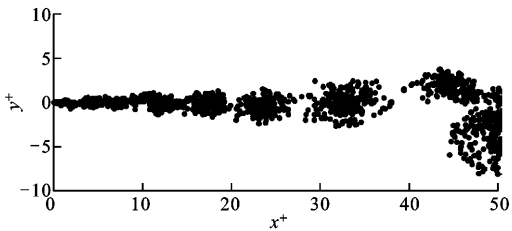
计算先以 $Re = 8\,512$ 的工况与实验结果对比进行验证. 图 2 显示了涡元在混合层内随着时间的分布,由图可以清楚地看到混合层内大尺度拟序涡结构的演化情况.



(a) $t = 0.2\text{ s}$



(b) $t = 0.3\text{ s}$



(c) $t = 0.4\text{ s}$

图 2 混合层内拟序结构随时间的演化

图 3 给出了沿流动方向 3 个横截面上流向速度的数值模拟结果与实验的比较,可以看出数值模拟很好地再现了 $4 : 1$ 的高低侧速比,混合层内的平均速度梯度随流向距离的增大而减小,除了实验中 $x^+ = 0$ 横截面处受到了隔板的影响使得中心速度有一突跃外,不同横截面上低速侧和流道中间位置的

模拟结果与实验结果非常吻合。

雷诺剪应力 $\overline{u'v'} \cdot (u_1 - u_2)^{-2}$ 的数值模拟和实验结果的对比如图4所示,可以看出离散涡方法得到的雷诺剪应力和实验结果具有相似的分布,实验结果中高速侧雷诺剪应力的波动是由于受到了壁面的影响。

为了进一步研究雷诺剪应力在混合层流动中的分布特性,图5给出了沿流向不同横截面上雷诺剪应力峰值的分布。数值模拟和实验结果均表明雷诺剪应力峰值随流向距离的增大而增大。结果同时也显示,由于涡元的配对,沿流向雷诺剪应力的峰值会出现一些波动,而不是呈现单调递增。实验中雷诺剪切应力的波动略大,除和实验工况中的各种扰动有关外,也与PIV测量中的取样数有关。

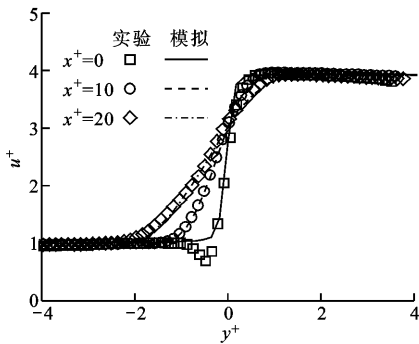


图3 展向平均速度分布($Re=8\ 512$)

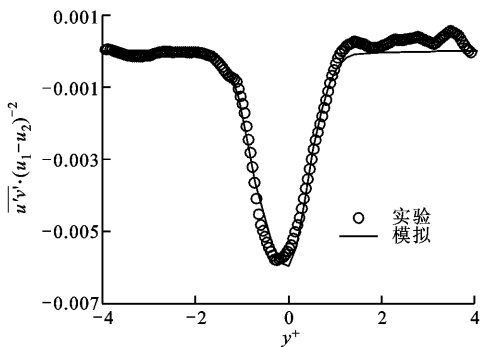


图4 展向雷诺剪应力分布($Re=8\ 512, x^+=10$)

隔板下游展向平均涡量与实验结果的对比如图6所示,不难发现二者较为吻合。为了进一步与实验结果进行对比,图7给出了不同横截面上平均涡量峰值与实验结果的对比,发现平均涡量峰值沿流向距离的增加而衰减。数值模拟与实验结果非常吻合,说明了本文模型的有效性。

为了研究 Re 对混合层流动的影响,图8~10比较了不同 Re 时混合层流动参数的变化规律。不同

Re 时雷诺剪应力的峰值沿流向均以相似的斜率逐

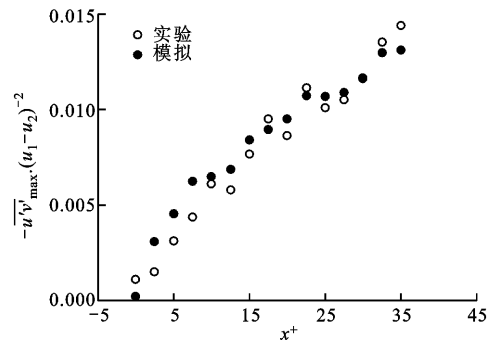


图5 不同横截面上雷诺剪应力峰值分布($Re=8\ 512$)

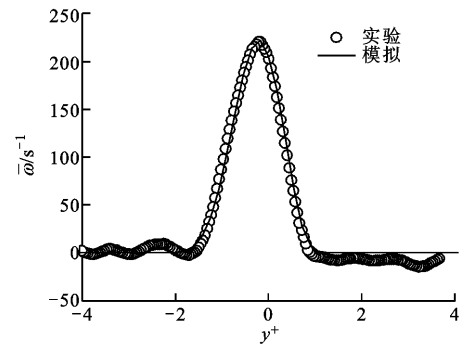


图6 展向平均涡量分布($Re=8\ 512, x^+=10$)

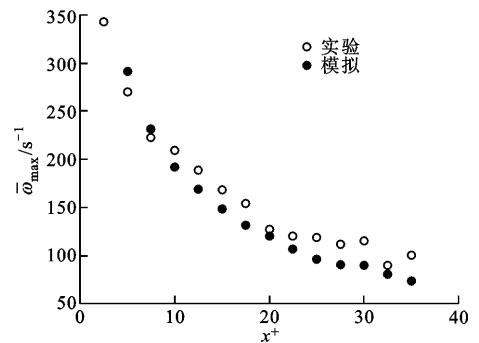


图7 不同横截面上平均涡量峰值的分布($Re=8\ 512$)

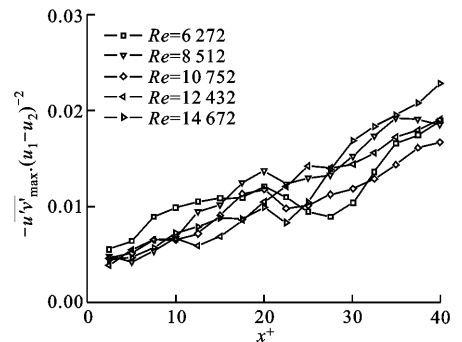


图8 Re 对不同横截面上雷诺剪应力峰值的影响

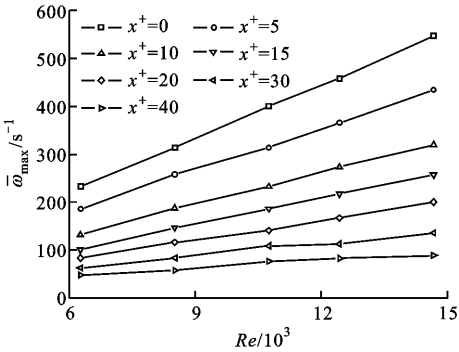


图 9 不同横截面上 Re 对平均涡量峰值的影响

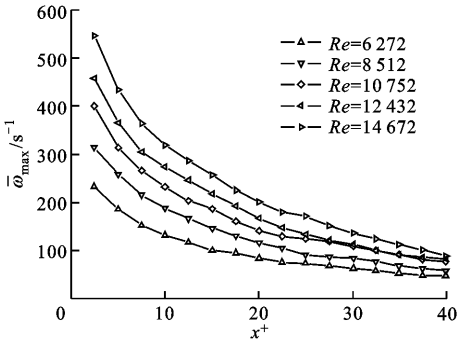


图 10 Re 对不同横截面上平均涡量峰值的影响

渐增大,同一截面上平均涡量峰值随 Re 的增大而线性增大,平均涡量峰值沿流向递减,随着 Re 的增加,涡量峰值增大,衰减速度加快。

4 结 论

本文采用离散涡方法成功模拟了单相湍流混合层流动,并与实验结果进行了对比。不同横截面上平均速度的模拟结果和实验结果几乎完全重合,雷诺剪应力和展向平均涡量的数值模拟结果也都和实验数据具有完全类似的分布规律,只是实验值在混合层的发展过程中会出现小的波动,这与实验中的扰动有关。上述结果表明离散涡方法可以很好地模拟湍流混合层流动。

在此基础上,进一步研究了同一速比下 Re 对湍流参数分布的影响规律,发现雷诺剪应力的峰值沿流向均以相似的斜率逐渐增大,同一截面上平均涡量峰值随 Re 的增大而线性增大,平均涡量峰值沿流向递减,随着 Re 的增加,涡量峰值增大,衰减速度加快。

参考文献:

[1] WINANT C D, BROWAND F K. Vortex pairing-mechanism of turbulent mixing layer growth at moderate Reynolds number[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1974,63:237-255.

[2] CHEN Bin, GUO Liejin, Yang Xiaogang. Simulation of flow across complicated domain between tube bundles by discrete vortex method[J]. Progress in Natural Science, 2003,13(3):213-218.

[3] INOUE O, LEONARD A. Vortex simulation of forced/unforced mixing layers [J]. AIAA Journal, 1987,25(11):1417-1418.

[4] MILANE R E, NOURAZAR S. On the turbulent diffusion velocity in mixing layer simulated using the vortex method and the subgrid scale vorticity model[J]. Mechanics Research Communications, 1995,2(4):327-333.

[5] 张会强,王赫阳,王希麟,等. 气固两相平板混合层流动的离散涡模拟[J]. 燃烧科学与技术, 2001,7(2): 126-131.

ZHANG Huiqiang, WANG Heyang, WANG Xilin, et al. Numerical simulation of gas-solid two phase plane mixing layer using discrete vortex method[J]. Journal of Combustion Science and Technology, 2001,7(2): 126-131.

[6] UCHIYAMA T, NARUSE M. Numerical simulation of reacting plane mixing layer by particle method[J]. Chemical Engineering Science, 2006,61(22):7299-7308.

[7] COTTE G H, KOUMOUTSAKOS P. Vortex methods: theory and applications[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.

[8] CHORIN A J. Numerical study of slightly viscous flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1973,57(4):785-796.

[9] CHORIN A J. Vortex sheet approximation of boundary layers[J]. Journal of Computational Physics, 1978, 27(3):428-442.

[10] 郭富德,陈斌,王智伟,等. 速比对混合层湍流参数影响的实验研究[J]. 工程热物理论, 2009,30(11): 1882-1884.

GUO Fude, CHEN Bin, WANG Zhiwei, et al. Effects of velocity ratio on turbulent mixing layer[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2009,30(11): 1882-1884.

(编辑 荆树蓉)